

## عملکرد کوادکوپتر با استفاده از کنترل کننده های PID، LQR و پسخوراند خطی ساز به همراه PD

محمد مهدی مسیح نیا<sup>۱</sup>، الهه مرادی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد یادگار امام خمینی (ره) شهرری، تهران، ایران

[mahdimassih@gmail.com](mailto:mahdimassih@gmail.com)

<sup>۲\*</sup> استادیار گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد یادگار امام خمینی (ره) شهرری، تهران، ایران

[ee.moradi@gmail.com](mailto:ee.moradi@gmail.com), [elahe.moradi@iausr.ac.ir](mailto:elahe.moradi@iausr.ac.ir)

### چکیده

در سال های اخیر استفاده از پرنده های بدون سرنشین در ماموریت های نظامی و غیر نظامی به دلیل توانایی شناور بودن، پرواز در ارتفاع کم و فضاهای بسته افزایش یافته است. در دسته بندی پرنده های بدون سرنشین، دسته ای با عنوان کوادکوپتر وجود دارد که به علت ویژگی های خاص، بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است. کاربردهای اصلی این دسته بیشتر مرتبط با قابلیت نشست و برخاست عمودی، قابلیت مانوردهی و کنترل پذیری بالای آنها است. دینامیک های مدل نشده، عدم قطعیت، اغتشاش و نیز ناشناخته بودن پارامترهای سیستم کوادکوپتر بعضی از مشکلاتی هستند که طراحی کنترل کننده را برای آن پیچیده می کند و در نتیجه جایگاه خاصی در حوزه های مهندسی به ویژه مهندسی هوافضا و کنترل پیدا کرده است. در این مقاله کنترل کننده های PID، LQR و پسخوراند خطی ساز به همراه PD بر سیستم کوادکوپتر اعمال گردید، به نحوی که تضمین کننده پایداری سیستم حلقه بسته باشد. شبیه سازی ها در نرم افزار MATLAB نمایانگر آن است که کنترل کننده ی LQR نسبت به دو کنترل کننده ی دیگر برتری داشته است.

**واژه های کلیدی:** کوادکوپتر، هواپیمای بدون سرنشین، کنترل کننده پسخوراند خطی ساز، کنترل کننده LQR.

## ۱. مقدمه

پهپادها امروزه جایگاه مهمی در مجموعه قدرت نظامی کشورهای مختلف دنیا کسب کرده‌اند. این وسایل با تکیه بر توان اجرای عملیات در شب و روز در مناطق دور و نزدیک بر ضد اهداف ساکن و متحرک و در تمام شرایط آب و هوایی و امکان پروازهای هدایت شونده از دور و یا تمام خودکار، دستاوردهای نظامی بسیار مهمی را در منازعات نظامی سال‌های اخیر بدست آورده‌اند. این وسایل نقلیه هوایی بدون سرنشین با داشتن ایستگاه کنترل زمینی مجهز به انواع رایانه، توانایی برنامه‌ریزی نمودن مسیر پروازی در حافظه تجهیزات الکترونیکی هوایی را دارند که امکان اجرای ماموریت‌های تمام خودکار را بدون نیاز به برقراری ارتباط رادیویی با پرنده فراهم می‌کند. از این پهپادها می‌توان در عکس‌برداری و فیلم‌برداری از عمق مواضع دشمن، جنگ الکترونیکی، دیده‌بانی، هدف‌یابی و گرا دادن، اجرای عملیات کنترل ترافیک، کنترل نوار مرزی به منظور مبارزه با قاچاق، مطالعات هواشناسی، عکس برداری جهت نقشه‌های جغرافیایی، ارزیابی خسارت‌های بلایای طبیعی و ماموریت‌های متنوع دیگر استفاده کرد.

مزیت استفاده از اینگونه وسایل در محیط‌های ناهموار و شلوغ برای اهداف گوناگون و نبود راه حلی معین، اهمیت تحقیق در این زمینه را روشن می‌سازد. به‌دلیل پیشرفت‌های اخیر در ساخت میکرو پروسورهای با مصرف انرژی کم، سنسورهایی با ابعاد بسیار کوچک و تئوری کنترل قوی در این زمینه، کوادکوپترها مورد توجه زیادی قرار گرفته‌اند. در به کار بردن روش کنترلی پسگام، این کنترل‌کننده طوری تغییر داده شد تا از روش مد لغزشی با به کارگیری تابع علامت در آن استفاده شود. نتایج استفاده از این روش پیشنهادی در مرجع [۱] نشان می‌دهد که روش مد لغزشی به خاطر وجود اثر زیگزاگی عملکرد متوسطی دارد.

مرجع [۲] یک سیستم کنترل برای کوادکوپتر براساس روش‌های کنترلی شامل خطی‌سازی پس‌خورد برای مقابله با رفتار دینامیک غیرخطی کوادکوپتر ارائه نموده است. سپس این کنترل‌کننده را بر روی کوادکوپتر ساخت شرکت Draganfly پیاده‌سازی نموده است. مرجع [۳] برای پایدارسازی و دنبال کردن مسیر توسط کوادکوپتر از خطی‌سازی پس‌خورد و LQR استفاده نموده است. در مرجع [۴] از یک کنترل‌کننده PID فازی تطبیقی جهت پایدارسازی کوادکوپتر استفاده شده است. در مقاله [۵] طراحی یک کنترل مد لغزشی بر اساس اپراتور مرتبه کسری برای ردیابی یک مسیر کوادکوپتر طراحی شده است. در مرجع [۶] از یک سیستم کنترلی PID تطبیقی برای پایدارسازی موقعیت و مسیر کوادکوپتر UAV تحت نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی استفاده شده است. در مرجع [۷] برای تعقیب مسیر یک کوادکوپتر از استراتژی کنترل تطبیقی مقاوم بر اساس شبکه عصبی فازی نوع دو استفاده شده است.

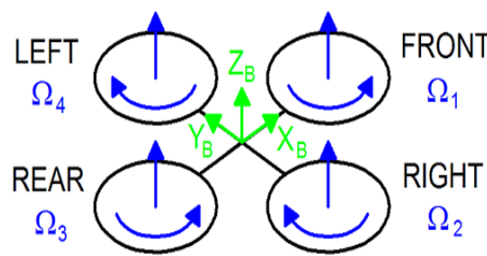
مرجع [۸] از کنترل‌کننده پسگام که پارامترهای آن به‌وسیله الگوریتم PSO تنظیم می‌شود به همراه کنترل‌کننده PD استفاده نموده است. مرجع [۹] از کنترل‌کننده پسگام که پارامترهای آن به‌وسیله الگوریتم GSA تنظیم می‌شود استفاده کرده است. در مقاله [۱۰] از کنترل‌کننده مد لغزشی پسگام مقاوم برای کاربرد ردیابی مسیر یک کوادکوپتر استفاده شده است. در مرجع [۱۱] کنترل پسگام به طور مستقیم بر روی معادلات لاگرانژ کوادکوپتر طراحی شده است. کوادکوپتر دارای دینامیک ساده‌ای است، اما برای مانور سریع باید نیروها و ممان‌های آیرودینامیکی در نظر گرفته شوند. برای تخمین نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی از شبکه‌های عصبی مصنوعی استفاده شده است.

در ادامه‌ی این مقاله، در بخش دوم، ابتدا توصیفی از سیستم کوادکوپتر ارائه می‌شود و سپس در بخش سوم در مورد طراحی کنترل‌کننده‌های PID، LQR و پس‌خوراند خطی‌ساز به همراه PD صحبت می‌کنیم. در ادامه در بخش چهارم، شبیه‌سازی و نتایج کوادکوپتر را با استفاده از کنترل‌کننده‌های فوق‌الاشاره در نرم‌افزار MATLAB مورد بررسی قرار می‌دهیم. سرانجام در بخش پنجم این مقاله، نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

## ۲. توصیف سیستم کوادکوپتر

قبل از طراحی کنترل کننده به منظور کنترل کوادکوپتر، نگاهی گذرا به ساختار مکانیکی آن خواهیم داشت. ساختار کوادکوپتر به این شکل است که سیستم چهار موتور مستقل با سرعت متغیر قابل تنظیم دارد، که کنترل کوادکوپتر با کنترل سرعت این موتورها صورت می پذیرد.

روتورهای جلو و عقب در خلاف جهت روتورهای راست و چپ می چرخند، این روتورها در شکل ۱ نشان داده شده است. دستگاه مختصات بدنه نیز در این شکل مشخص شده است [۱۲]. در حالت معلق مجموع نیروی تولیدی چهار موتور به اندازه‌ای است که بر نیروی وزن غلبه کرده در این حالت رابطه (۱) بین سرعت‌ها برقرار است.



شکل ۱- ساختار کوادکوپتر و دستگاه مختصات متصل به بدنه [۱۲]

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_4 \quad (1)$$

$\Omega_i$  سرعت چرخش ملخ‌ها است.

اگر تعداد عملگرهای یک سیستم از تعداد درجات آزادی آن کمتر باشد، به آن سیستم زیر تحریک مکانیکی می‌گویند [۱۳]. کوادکوپتر یک ربات پرنده بدون سرنشین است که دارای شش درجه آزادی است، ولی تنها چهار عملگر دارد و از ترکیب خطی نیروها و گشتاورهای تولید شده به وسیله عملگرهای آن چهار ورودی کنترلی مستقل تعریف شده است. لذا کوادکوپتر یک سیستم زیر تحریک می‌باشد. در سیستم‌های زیر تحریک شونده برای دستیابی به حرکت در راستای درجات آزادی که در آن راستاها عملگر وجود ندارد، باید از اثرات حرکات در راستایی که عملگر وجود دارد استفاده کرد.

معادلات دینامیکی کوادکوپتر به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= (C\psi S\theta C\phi + S\psi S\phi) \frac{1}{m} U_1 \\ \ddot{Y} &= (S\psi S\theta C\phi - C\psi S\phi) \frac{1}{m} U_1 \\ \ddot{Z} &= -g + (C\theta C\phi) \frac{1}{m} U_1 \\ \ddot{\phi} &= \dot{\theta} \psi \left( \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) - \frac{J_r}{I_{xx}} \dot{\theta} \Omega_d + \frac{l}{I_{xx}} U_2 \\ \ddot{\theta} &= \dot{\phi} \psi \left( \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) + \frac{J_r}{I_{yy}} \dot{\phi} \Omega_d + \frac{l}{I_{yy}} U_3 \\ \ddot{\psi} &= \dot{\theta} \phi \left( \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) + \frac{1}{I_{zz}} U_4 \end{aligned} \quad (2)$$

رابطه بین ورودی‌های کنترل و سرعت زاویه‌ای بین موتورها به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} U_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ U_2 &= b(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U3 &= b(-\Omega_1^2 + \Omega_3^2) \\
 U4 &= d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\
 \Omega_d &= -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4
 \end{aligned}
 \quad (3)$$

که  $b > 0$  و  $d > 0$  را به ترتیب ثابت پیشرانس و ثابت پسا می گویند و  $\Omega$  سرعت چرخش ملخ است. ثابت های  $b$  و  $d$  را می توان با استفاده از قضیه المان پره به دست آورد. مقدار این ثابت ها به شکل و ابعاد فیزیکی ملخ و چگالی هوا بستگی دارد [۱].

### ۳. طراحی کنترل کننده ها

#### ۳.۱. کنترل کننده PID در کوادکوپتر

یک سیستم حلقه بسته به عنوان سیستم کنترل فیدبک نیز شناخته می شود و این نوع از سیستم برای طراحی سیستم به طور خودکار پایدار، در خروجی مورد نظر و یا مرجع، استفاده می شود. به این دلیل، آن سیستم یک سیگنال خطا تولید می کند. فرم کلی کنترل کننده PID به صورت زیر است:

$$e(t) = x_d(t) - x(t) \quad (4)$$

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(\tau) d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t) \quad (5)$$

که در آن  $u(t)$  ورودی کنترلی و  $e(t)$  خطای بین متغیرهای حالت سیستم و حالت مطلوب آنها است که معمولاً توسط طراح تعیین می گردد. با اعمال این کنترل کننده به سیستم مورد بررسی به صورت زیر:

$$m_\varphi = I_{xx}(K_{\varphi,D}\dot{e}_\varphi(t) + K_{\varphi,P}e_\varphi(t) + K_{\varphi,I} \int e_\varphi(t) dt) \quad (6)$$

$$m_\theta = I_{yy}(K_{\theta,D}\dot{e}_\theta(t) + K_{\theta,P}e_\theta(t) + K_{\theta,I} \int e_\theta(t) dt) \quad (7)$$

$$m_\psi = I_{zz}(K_{\psi,D}\dot{e}_\psi(t) + K_{\psi,P}e_\psi(t) + K_{\psi,I} \int e_\psi(t) dt) \quad (8)$$

می توان انتظار داشت کوادکوپتر مورد نظر بتواند متغیرهای دورانی خود شامل زاویه ها و سرعت های زاویه ای را به مقادیر مطلوبشان سوق دهد. همچنین برای حفظ ارتفاع  $z$  کوادکوپتر در یک ارتفاع معین که البته می تواند متغیر با زمان باشد، از کنترل کننده PID مشابه به صورت زیر بهره می گیریم:

$$T = mC_\theta C_\varphi [g + K_{z,D}\dot{e}_z(t) + K_{z,P}e_z(t) + K_{z,I} \int e_z(t) dt] \quad (9)$$

#### ۳.۲. کنترل کننده پسخوراند خطی سازی

ایده اصلی روش تبدیل جبری معادله غیرخطی سیستم به خطی با اعمال ورودی کنترلی مناسب می باشد. در این صورت کنترل کننده های خطی قابل کاربرد خواهند بود. خطی سازی پسخور را می توان به عنوان ایجاد یک مدل معادل خطی برای سیستم غیرخطی در نظر گرفت.

به طور کلی انتخاب ورودی مناسب می تواند ابتکاری و بدون دیدگاهی مشخص باشد. همین موضوع می تواند موجب شود که تحقق سیگنال کنترل در واقعیت با مشکل مواجه شود. ترکیب سیگنال کنترل نوع پسخورها و در نتیجه پارامترهای اندازه گیری لازم را مشخص می کند. برای طراحی کنترل کننده به این روش نیاز به خطی سازی یک سیستم دینامیکی غیرخطی در نزدیکی نقطه تعادل آن داریم. برای این منظور معادلات دینامیک دورانی به صورت زیر خطی می شوند:

$$\begin{bmatrix} \dot{W} \\ \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g \\ \left(\frac{I_{XX} - I_{YY}}{I_{ZZ}}\right) QR - \frac{I_R}{I_{XX}} Q \Omega \\ \left(\frac{I_{ZZ} - I_{XX}}{I_{YY}}\right) PR - \frac{I_R}{I_{YY}} P \Omega \\ \left(\frac{I_{XX} - I_{YY}}{I_{ZZ}}\right) PQ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\cos\varphi \cos\theta) \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{XX}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{YY}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{ZZ}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ M_\varphi \\ M_\theta \\ M_\psi \end{bmatrix} = \text{MatC} + \text{MatD} * U \quad (10)$$

و

$$\begin{bmatrix} \dot{Z} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sin\varphi \tan\theta & \cos\varphi \tan\theta \\ 0 & 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & 0 & \frac{\sin\varphi}{\cos\theta} & \frac{\cos\varphi}{\cos\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W \\ P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \quad (11)$$

با تعریف  $Y_1 = [Z \ \varphi \ \theta \ \psi]^T$  داریم:

$$\ddot{Y}_1 = A_1(X_1) + B_1(X_1) * U \quad (12)$$

که در آن:

$$A_1(X_1) = \text{MatA} = \frac{d}{dt} \text{MatW} * \begin{bmatrix} W \\ P \\ Q \\ R \end{bmatrix} + \text{MatW} * \text{MatC} \quad (13)$$

$$B_1(X_1) = \text{MatB} = \text{MatW} * \text{MatD} \quad (14)$$

و ماتریس W همان ماتریس دوران است. با این تعاریف، کنترل پسخواند خطی ساز (Feedback Linearization) به صورت زیر در می آید:

$$U = \alpha(X_1) + \beta(X_1) * \vartheta \quad (15)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \alpha(X_1) &= -B_1(X_1)^{-1} * A_1(X_1) \\ \beta(X_1) &= B_1(X_1)^{-1} \\ \ddot{Y}_1 &= \vartheta \end{aligned} \quad (16)$$

### ۳.۲.۱. کنترل کننده مشتقی و تناسبی (PD)

این کنترل کننده ترکیب کنترل کننده های P و D است. خروجی کنترل کننده مجموع پاسخ های مشتقی و تناسبی است. رابطه ریاضی کنترل کننده PD در زیر نمایش داده شده است.

$$y(t) \propto (e(t) + de(t)/dt)y(t) = K_p * e(t) + K_d * de(t)/dt \quad (17)$$

### ۳.۳. کنترل کننده LQR

یکی از روش های کنترل مدرن، کنترل کننده های LQR (Linear Quadratic Regulator) کنترل رگولاتور درجه دو (کوادراتیک) و روش کنترل بهینه مبتنی بر مدل خطی بوده که مزیت اصلی این کنترل کننده ها ارائه سیگنال ورودی بهینه از فیدبک متغیرها که موجب امکان پیاده سازی عملکرد بهینه سیستم با استفاده از فیدبک حالت و در حوزه زمان گسسته از طریق حل معادله ریکاتی است و قابل ذکر است که حل تحلیلی معادله ریکاتی به آسانی نمی باشد. کنترل کننده بهینه خطی وابسته

حالت در طی تست کنترل سرعت یک سیستم حلقه بسته بر روی هر روتور برای پایداری و وضعیت زاویه‌ای کوادکوپتر مورد استفاده قرار گرفته است که سبب پاسخ سریع‌تر می‌شود. این کنترل‌کننده بهینه تلاش می‌کند که متغیرهای حالت سیستم را در راستای مینیمم کردن تابع هزینه زیر به سمت مقادیر مطلوبشان سوق دهند:

$$J = \int_{t_0}^{\infty} \{U(t)^T \cdot R \cdot U(t) + [X(t) - X_d(t)]^T \cdot Q \cdot [X(t) - X_d(t)]\} dt \quad (18)$$

این کنترل بهینه به فرم زیر خواهد بود:

$$U = -K \cdot [X(t) - X_d(t)] \quad (19)$$

که در آن ضرایب  $K$  از حل معادله جبری ریکاتی با اجرای دستور زیر در MATLAB ایجاد می‌شود:

$$K = lqr(A, B, Q, R) \quad (20)$$

برای این منظور معادلات دینامیکی به شکل زیر خطی‌سازی می‌گردد:

$$\dot{X}_1 = A_r X_1 + B_r U \quad (21)$$

$$Y_1 = C X_1 \quad (22)$$

که در آن:

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A_z}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A_r}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A_r}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A_r}{I_{zz}} \end{bmatrix}$$

$$B_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

#### ۴. شبیه‌سازی

در این بخش ابتدا شبیه‌سازی‌ها را با استفاده از نرم‌افزار MATLAB برای کوادکوپتر با استفاده از کنترل‌کننده‌های PID، LQR و پسخوراند خطی‌ساز به همراه PD انجام می‌دهیم.

##### ۴.۱. کنترل کوادکوپتر

مقادیر مربوط به پارامترهای کوادکوپتر در جدول ۱ آمده است:

جدول ۱- مقادیر کنترل کوادکوپتر

Parameter	Value	Unit
g	9.81	m/s <sup>2</sup>
L	0.225	m
m	0.468	kg
K	$2.98 * 10^{-6}$	
d	0.0382	
B	$0.114 * 10^{-6}$	
I <sub>xx</sub>	$4.856 * 10^{-3}$	Kg m <sup>2</sup>
I <sub>yy</sub>	$4.856 * 10^{-3}$	Kg m <sup>2</sup>
I <sub>zz</sub>	$8.801 * 10^{-3}$	Kg m <sup>2</sup>
I <sub>R</sub>	$3.357 * 10^{-5}$	Kg m <sup>2</sup>

همچنین شرایط اولیه اعمال شده به متغیرهای حالت سیستم در جدول ۲ آمده است:

جدول ۲- شرایط اولیه برای کنترل کوادکوپتر

State	Value	State	Value
X	0 m	$\varphi$	10 rad
Y	0 m	$\theta$	12 rad
Z	2 m	$\psi$	10 rad
U	0 m/s	P	0 rad/s
V	0 m/s	Q	0 rad/s
W	0 m/s	R	0 rad/s

برای ترکیب کنترل پسخوراند خطی ساز و PD، مقادیر ضرایب کنترلی با تنظیم دستی و سعی و خطا به صورت جدول ۳ بدست می‌آید:

جدول ۳- مقادیر ضرایب کنترلی برای ترکیب کنترل پسخوراند خطی ساز و PD

Controller	K <sub>P</sub>	K <sub>D</sub>
Roll	3	2
Pitch	3	2
Yaw	2	2
Height	3	2

برای کنترل کننده LQR توسط دستور MATLAB ضرایب کنترلی به صورت جدول ۴ حاصل می‌شود:

جدول ۴- مقادیر ضرایب کنترلی برای کنترل کننده LQR

Controller	$K_1$	$K_2$
Roll	10	0.1703
Pitch	10	0.1703
Yaw	10	0.0267
Height	10	2.8195

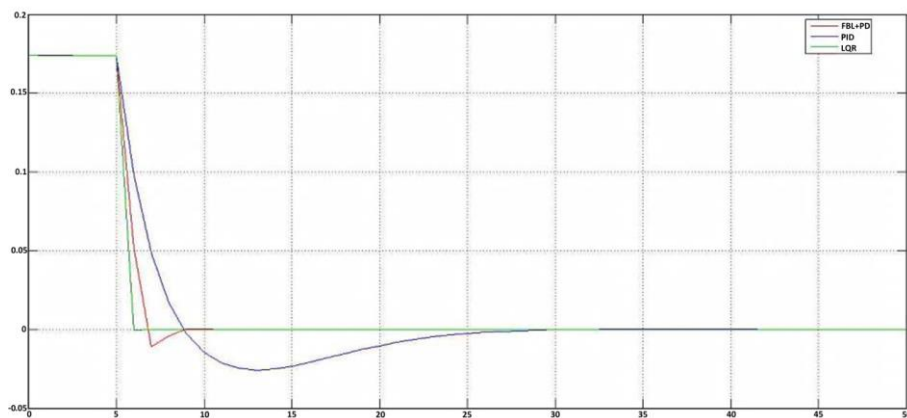
برای کنترل کننده PID ضرایب کنترلی با تنظیم از طریق سعی و خطا به صورت جدول ۵ است:

جدول ۵: مقادیر ضرایب کنترلی برای کنترل کننده PID

Controller	$K_P$	$K_I$	$K_D$
Roll	6	1.5	1.75
Pitch	5	3	3
Yaw	6	1.5	1.75
Height	15	10	10

#### ۲.۴. مقایسه و نتایج کنترل کننده‌های دورانی کوادکوپتر

پاسخ پله برای زاویه دورانی  $\varphi$  در شکل ۲ نشان می‌دهد، که ابتدا یک کاهش و سپس حالت پایدار را نشان می‌دهد و کنترل کننده LQR نتایج بهتری را نسبت به دو کنترل کننده دیگر در دنبال کردن ورودی پله دارد در حالی که برای این کنترل کننده undershoot نیز رویت نمی‌شود. این در حالتی است که ترکیب کنترل کننده‌های پسخوراند خطی‌ساز و PD دارای جواب کندتر از LQR و با undershoot بزرگتر است. پاسخ کنترل کننده PID همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود undershoot بزرگتری دارد و زمان نشست طولانی‌تری نسبت به دو کنترل کننده دیگر دارد.



شکل ۲- پاسخ پله سه کنترل کننده به ورودی پله برای زاویه دورانی  $\varphi$

جدول ۶ نتایج کمی مربوط به مقایسه زمان نزول و درصد undershoot را جهت مقایسه آورده است:

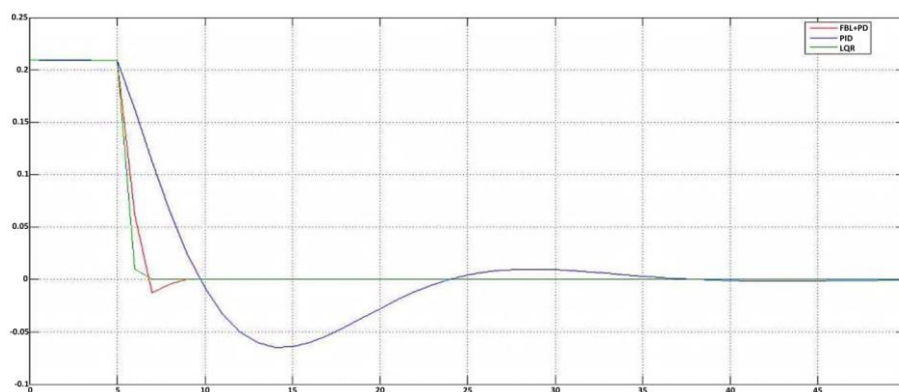
جدول ۶- نتایج کمی مربوط به مقایسه زمان نزول و درصد undershoot برای زاویه دورانی  $\varphi$

$\varphi(t)$	FBL + PD	PID	LQR
--------------	----------	-----	-----



Fall time (s)	1.076	2.792	<b>0.059</b>
Undershoot (m) %	5.851	14.368	<b>0.556</b>

اگر همین نتایج را برای زاویه دورانی  $\theta$  برای سه کنترل کننده نمایش دهیم، نتیجه مشابهی حاصل می شود به گونه ای که ابتدا یک کاهش و سپس حالت پایدار را نشان می دهد که کنترل کننده LQR پاسخ سریعتر و undershoot کمتری دارد. این نتایج برای کنترل کننده پسخوراند خطی ساز به همراه PD دارای جواب کندتر با undershoot بزرگتر است و سپس کنترل کننده PID که undershoot بزرگتری دارد و زمان نشست طولانی تری نسبت به دو کنترل کننده دیگر دارد، عملکرد ضعیفتری دارد.



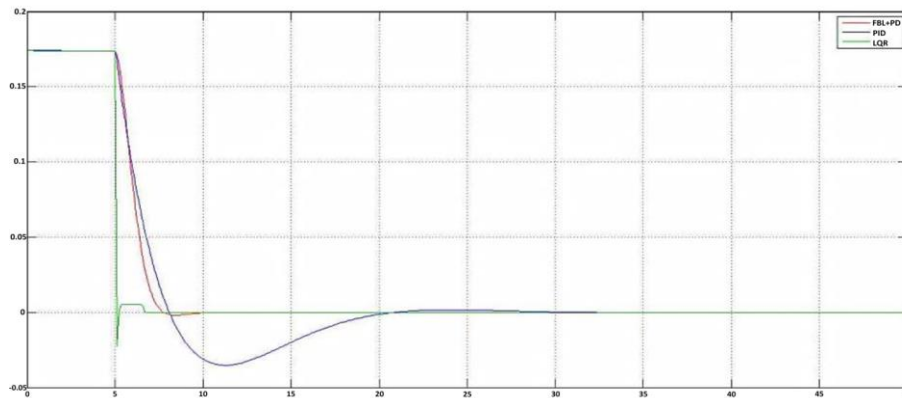
شکل ۳: پاسخ پله سه کنترل کننده به ورودی پله برای زاویه دورانی  $\theta$

نتایج کمی مربوط به زمان نزول و درصد undershoot نیز برای زاویه دورانی  $\theta$  به قرار زیر است:

جدول ۷- نتایج کمی مربوط به زمان نزول و درصد undershoot برای زاویه دورانی  $\theta$

$\theta(t)$	FBL + PD	PID	LQR
Fall time (s)	1.076	3.612	<b>0.074</b>
Undershoot (m) %	5.851	30.921	<b>0.505</b>

نتایج مشابه برای زاویه دورانی  $\psi$  در شکل ۳ و جدول ۸ آمده است. ابتدا برای کنترل کننده LQR پاسخ سریعتر و مقدار کمی undershoot قابل رویت است، سپس برای کنترل کننده پسخوراند خطی ساز به همراه PD پاسخ کندتر از LQR و undershoot هم مشاهده نمی گردد، کنترل کننده PID که undershoot بزرگتری دارد و زمان نشست طولانی تری هم دارد.



شکل ۳- پاسخ پله سه کنترل کننده به ورودی پله برای زاویه دورانی  $\Psi$

جدول ۸- نتایج کمی مربوط به زمان نزول و درصد undershoot برای زاویه دورانی  $\Psi$

$\Psi(t)$	FBL + PD	PID	LQR
Fall time (s)	1.561	2.32	<b>0.053</b>
Undershoot (m) %	1.531	19.88	<b>15.698</b>

##### ۵. نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از سه کنترل کننده های PID، LQR و پسخوراند خطی ساز به همراه PD، عملکرد کوادکوپتر مورد بررسی قرار گرفت. در پاسخ پله برای زاویه دورانی  $\Psi$ ، کنترل کننده LQR نتایج بهتری را نسبت به دو کنترل کننده دیگر دارد و برای زاویه دورانی  $\theta$ ، نتیجه مشابهی حاصل می شود و کنترل کننده LQR نتایج بهتری دارد. برای زاویه دورانی  $\Psi$  کنترل کننده LQR پاسخ سریعتر ولی undershoot کمی قابل رویت است؛ در حالی که کنترل کننده پسخوراند خطی ساز به همراه PD پاسخ کندتر از LQR و undershoot هم مشاهده نمی شود.

##### ۶. منابع و مراجع

1. S. Bouabdallah, "Design and control of quadrotors with application to autonomous flying," Ph.D. dissertation, Lausanne, EPFL, 2007.
2. H. Voos, "Nonlinear control of a quadrotor micro-UAV using feedback-linearization," in Mechatronics, 2009. ICM 2009. IEEE International Conference on, Malaga, 14-17 April 2009, PP.1 - 6.
3. M. Belkheiri, A. Rabhi, A. E. Hajjaji and C. Pegard, "Different linearization control techniques for a quadrotor system," in Communications, Computing and Control Applications (CCCA), 2012 2nd International Conference on, Marseilles, 6-8 Dec, 2012, PP. 1 - 6.

4. H. Chehardoli, A. Ghasemi and S. Fardrahnama, " Attitude stabilization of Quadroter using adaptive fuzzy proportional integral derivative controller", Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, vol. 53, no. 2, pp. 1081-1094, 2021.
5. M. Labbadi and Y. Boukal, "Fractional-order global sliding mode controller for an uncertain quadrotot UAVs subjected to external disturbances", Journal of the Franklin Institute, vol. 358, No. 9, pp. 4822-4847, 2021.
6. A. Noordin and M. A. Mohd Basri, "Adaptive PID Controller using sliding mode control approaches for quadrotor UAV attitude and position stabilization", Arabian Iournal for Science and Enginnering, vol. 46, pp. 963-981, 2021.
7. M. Shirzadeh, A. Amirkhani, "Trajectory tracking of a quadrotor using a robust adaptive type-2 fuzzy neural controller optimized by cuckoo algorithm", ISA Transactions, vol. 114, pp. 171-190, 2021.
8. A. Eltayeb and M. F. Rahmat, "Adaptive feedback linearization controller for stabilization of quadrotor UAV", The International Journal of Integrated Engineering, vol. 12, no. 4, pp. 1-17, 2020.
9. A. r. H. ., K. D. Mohd Ariffanan Mohd Basri, "stabilisation and trajectory tracking control for underactuated quadrotor helicopter subject to wind-gust disturbance," Indian academy of Sciences, 2015.
10. D. Almahles, "Robust Backstepping sliding mode control for a quadrotor trajectory tracking application", IEEE Access, vol. 8, pp.5515-5525, 2020.
11. A. Das, F. Lewis and K. Subbarao, "Backstepping Approach for Controlling a Quadroter Using Lagrange Form Dynamics," Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 55, no. 1-2 , pp. 127-151, September 2009.
12. T. Bresciani, "Modelling, Identification and Control of a Quadroter Helicopter," MSC thesis, Lund University, October 2008.
13. R. Olfati Saber, "Nonlinear Control of Underactuated Mechanical Systems with Application to Robotics and Aerospace Vehicle," PHD thesis, MIT, February 2001.

## Quadrotor performance using PID, LQR and feedback linearization controllers with PD

Mohammad Mahdi Masihnia<sup>1</sup>, Elahe Moradi<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Master student of Department of Electrical Engineering, Yadegar-e-Imam Khomeini (RAH) Shahr-e-Rey Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. [mahdimassihns@gmail.com](mailto:mahdimassihns@gmail.com)

<sup>2\*</sup>Department of Electrical Engineering, Yadegar-e-Imam Khomeini (RAH) Shahr-e-Rey Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. [ee.moradi@gmail.com](mailto:ee.moradi@gmail.com), [elahe.moradi@iausr.ac.ir](mailto:elahe.moradi@iausr.ac.ir)

**Abstract**—In recent years, the use of unmanned aerial vehicles (UAVs) in military and civilian missions has increased due to the ability to float, fly at low height and in closed spaces. In the category of UAVs, there is a category called quadrotor, which has received much attention researchers due to its special features. The main applications of this category are related to their vertical landing and take-off, maneuverability and high controllability. Unmodeled dynamics, uncertainty, disturbance, and the unknown parameters of the quadrotor system are some of the problems that complicate the design of the controller for it, and as a result, it has found a special place in engineering fields, especially aerospace and control engineering. In this paper, PID, LQR and linearization feedback controller with PD were applied to the quadrotor system, so as to guarantee the stability of the closed-loop system. The simulations in MATLAB software show that the LQR controller is superior to the other two controllers.