



طراحی کنترل کننده مبتنی بر مشاهده گر به کمک نامساوی ماتریسی خطی برای کلاسی از سیستم‌های غیر خطی با شرایط کمتر محافظه کارانه مبتنی بر LPV

۱-مریم کازرونی^۱، ۲-سمیرا کنکاش

۱ گروه برق، واحد زرقان، دانشگاه آزاد اسلامی، زرقان، ایران

۲ گروه برق، دانشگاه غیر انتفاعی پاسارگاد، شیراز، ایران

چکیده- در این مقاله، طراحی کنترل کننده مبتنی بر مشاهده گر برای کلاسی از سیستم های غیر خطی مطرح شده است. امکان طراحی کنترل کننده برای برخی از سیستم‌های غیر خطی وجود ندارد، از آنجایی که ترم غیر خطی باید در شرطی موسوم به شرط لیپ‌شیتز صادق باشد. لیپ‌شیتز شکل قویتری از پیوستگی برای توابع است، که در آن تابع از نظر سرعت تغییرات محدود می‌باشد. معمولاً حل اینگونه مسائل منجر به یک سری نامساوی ماتریسی خطی می‌شود. یکی از اهداف این مقاله کم کردن محافظه کاری در این نوع سیستم‌ها می‌باشد. در این جا کم کردن محافظه کاری به این معنی است که هرچه بازه تغییرات ثابت لیپ‌شیتز در نامساوی ماتریسی خطی بزرگتر باشد محافظه کاری کمتر است و جواب دقیق تر است. در این مقاله با استفاده از رویکرد متغیر پارامتر خطی (LPV) محدودیت‌هایی که شرط لیپ‌شیتز بوجود می‌آورد را برطرف می‌کنیم. با این تکنیک شرایط لیپ‌شیتز مناسبتری را معرفی می‌کنیم، که منجر به فراهم کردن شرایط کمتر محافظه کارانه در این نوع سیستم‌های غیر خطی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: روش نامساوی ماتریسی خطی، سیستم‌های لیپ‌شیتز، طراحی کنترل کننده، طراحی مشاهده گر، محافظه کاری- متغیر پارامتر خطی.

۱-مقدمه

طراحی کنترل کننده به کمک مشاهده گر برای سیستم های خطی در بسیاری از مقالات ارائه شده است [۱-۵]. اما از آنجایی که بسیاری از سیستم ها در جهان واقعی غیرخطی هستند، لزوم طراحی کنترل کننده برای سیستم غیرخطی اهمیت دوچندانی دارد. از طرف دیگر، در طراحی کنترل کننده اطلاعات کامل بازخورد اغلب ضروری است. از طرفی اندازه گیری متغیرهای حالت همواره دارای نویز است. بنابراین وجود یک مشاهده گر غیرخطی مطلوب، جهت بهبود عملکرد سیستم دینامیکی، امری ضروری است. از آنجایی که حالت های سیستم در اکثریت مواقع در دسترس نیستند، تخمین حالت به کمک مشاهده گر نیز ضرورت می یابد. در بسیاری از سیستم های غیرخطی به محدودیت هایی می رسیم که امکان طراحی کنترل کننده وجود ندارد، بطوریکه برای طراحی باید ترم غیرخطی در شرطی موسوم به شرط لیپشیتز^۲ صادق باشد. طراحی کنترل کننده مبتنی بر مشاهده گر برای سیستم های غیر خطی لیپشیتز به طور گسترده در طول سال ها مورد بررسی قرار گرفته است. تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده برای چنین سیستم هایی موضوع بحث مراجع بسیاری بوده است [۶-۹].

لیپشیتز شکل قویتری از پیوستگی برای توابع است، که در آن تابع از نظر سرعت تغییرات محدود است. مفهوم لیپشیتز به زبانی ساده یعنی شیب تابع محدود باشد. لیپشیتز به دو دسته محلی و فراگیر دسته بندی می شود. لیپشیتز محلی به سیستم هایی گفته می شود که بخش غیرخطی آنها در بازه خاصی موسوم به شرط لیپشیتز برقرار می باشد. لیپشیتز فراگیر به سیستم هایی گفته می شود که بخش غیرخطی آنها در تمامی بازه ها شرط لیپشیتز را دارا باشد. معمولاً حل اینگونه مسائل منجر به یک سری نامساوی ماتریسی خطی می شود [۱۰]. طراحی کنترل کننده مبتنی بر مشاهده گر برای سیستم های غیرخطی لیپشیتز همیشه اینگونه بوده است که سیستم غیرخطی به صورت یک سیستم خطی بازنویسی می شود. اما با ظهور مشاهده گر کلاسیک لورنبرگر بدون هیچ گونه خطی سازی دینامیک سیستم میتوان مشاهده گر طراحی کرد [۱۰].

در مراجع [۱۱-۱۴] روش طراحی مشاهده گر به گونه ای است که محافظه کاری کاهش پیدا کرده اما فقط برای سیستم هایی با بخش غیرخطی مشتق پذیر کارایی دارند. در مرجع [۱۱] مشاهده گر طراحی شده محافظه کاری را به صورت چشمگیر کاهش داده است اما فقط برای سیستم های پیوسته قابل استفاده است.

^۲Lipchitz

طراحی مشاهده‌گر در مراجع [۱۵-۱۸] و طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر مشاهده‌گر در مرجع [۱۹] محافظه‌کارانه هستند، همچنین برای سیستم‌های زمان گسسته قابل استفاده نیستند.

همان طور که بیان شد روش‌های پیشین یا محافظه‌کارانه هستند یا یک قید محدود را به ما تحمیل می‌کنند، در ادامه رویکردی برای طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر مشاهده‌گر پیشنهاد می‌شود که محافظه‌کاری را کاهش می‌دهد و سیستم‌های بیشتری را دربر می‌گیرد.

یکی از اهداف این مقاله کم کردن محافظه‌کاری در این نوع سیستم‌ها می‌باشد. محافظه‌کاری در اینجا یعنی بازه تغییرات ثابت لپ‌شیتز در نامساوی ماتریسی خطی^۳ (LMI) کوچک باشد، به معنای بزرگ کردن بازه تغییرات در نامساوی ماتریسی خطی است. در سیستم‌های لپ‌شیتز هرچه بازه تغییرات ثابت لپ‌شیتز بزرگ‌تر باشد محافظه‌کاری کمتر می‌باشد و هرچه این بازه کوچک‌تر باشد محافظه‌کاری بیشتر است. یعنی ثابت لپ‌شیتز را آنقدر بزرگ انتخاب کنیم تا جایی که نامساوی ماتریسی خطی برقرار باشد. سیستمی محافظه‌کاری کمتری دارد که بتواند برای لپ‌شیتزهای بزرگ نامساوی ماتریسی خطی برقرار باشد.

در این مقاله با استفاده از رویکرد LPV^۴ شرایط لپ‌شیتز را بهبود بخشیده‌ایم. با استفاده از این رویکرد میتوان برای سیستم‌های غیر خطی زمان گسسته کنترل‌کننده بر پایه مشاهده‌گر به کار گرفته شود. همچنین می‌توان مساله بهینه‌سازی LPV را به مجموعه‌ای از نامساوی‌های ماتریسی خطی تبدیل کرد. این رویکرد شرایط LMI جدید را تعریف میکند که محافظه‌کاری را کاهش می‌دهد. ادامه مقاله به شرح زیر می‌باشد. در قسمت دوم مقدمات ریاضی مورد نیاز بیان شده است. در قسمت سوم طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر مشاهده‌گر غیرخطی برای سیستم‌هایی که دارای دینامیک غیرخطی هستند، پیشنهاد شده است. در قسمت چهارم کنترل‌کننده طراحی شده در محیط متلب شبیه‌سازی شده است و در نهایت نتیجه‌گیری کلی و جمع بندی انجام شده است.

۲-مقدمات ریاضی

قضیه [۲۰]: تابع $\Psi: R^n \rightarrow R$ را در نظر بگیرید. سپس به ازای همه

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \in R^n ; Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in R^n$$

^۳Linear matrix inequality

^۴ Linear Parameter Varying

توابع φ_j وجود دارند به نحوی که $\varphi_j: R^n \times R^n \rightarrow R, j = 1, \dots, n$ که نتیجه می‌دهد

$$\Psi(x) - \Psi(y) = \sum_{j=1}^n \varphi_j(X^{Y_{j-1}}, X^{Y_j}) e_n^T(j)(X - Y) \quad (1)$$

که $e_s(i)$ یک بردار s تایی است که عنصر i ام آن یک است و بقیه صفر هستند.

شرط لیپشیتز [۲۰]: تابع غیرخطی $\Psi: R^n \rightarrow R^n$ را در نظر بگیرید، اگر γ_Ψ ثابت لیپشیتز باشد، در نتیجه شرط لیپشیتز به فرم زیر بیان می‌شود:

$$\|\Psi(x) - \Psi(y)\| \leq \gamma_\Psi \|x - y\|, \quad \forall x, y \in R^n \quad (2)$$

۳- طراحی کنترل کننده مبتنی بر رویتگر برای سیستم های غیر خطی

سیستم غیرخطی را در نظر بگیرید که معادلات حالت آن به صورت زیر است.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + F(x) + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3)$$

که $x \in R^n, u \in R^m$ و $y \in R^p$ به ترتیب بردارهای حالت، ورودی و خروجی سیستم هستند. $F: R^n \rightarrow R^n$ نیز تابع برداری با ضریب لیپشیتز γ_F است. همچنین فرض شده است که برای تخمین زدن بردار x از مشاهده گر لورنبرگر زیر استفاده شود.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + F(\hat{x}) + l(y - \hat{y}) + Bu \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (4)$$

توجه کنید که هدف اصلی در این بخش، به صفر رساندن بردار حالت x و همزمان موفقیت آمیز بودن تخمین آن یعنی به صفر رساندن اختلاف $x - \hat{x}$ است. اجازه دهید این اختلاف که خطای تخمین نام دارد به صورت زیر تعریف شود

$$e = x - \hat{x} \quad (5)$$

با توجه به رابطه (۳) تا (۵) می توان دینامیک حاکم بر خطای تخمین را به قرار زیر به دست آورد:

$$\dot{e} = (A - LC)e + F(x) - F(\hat{x}) \quad (6)$$

توجه کنید که طبق قضیه ۱ میتوان توابع اسکالر $f_{ij}: R^n \times R^n \rightarrow R$ یافت که

$$F(x) - F(\hat{x}) = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} H_{ij} \right] e \quad (7)$$

که در آن، $H_{ij} \in R^{n \times n}$ ماتریسی است که تنها درایه سطر i ام و ستون j ام آن یک و سایر درایه‌هایش صفر هستند. همچنین فرض شده است که

$$\underline{\gamma}_{f_{ij}} \leq f_{ij} \leq \bar{\gamma}_{f_{ij}} \quad (8)$$

که در آن $\underline{\gamma}_{f_{ij}}$ و $\bar{\gamma}_{f_{ij}}$ ثوابت معلوم هستند. با کمی دقت میتوان دریافت که

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} H_{ij} = \begin{bmatrix} f_{11} & \dots & f_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & \dots & f_{nn} \end{bmatrix} \quad (9)$$

حال فرض کنید که

$$\delta(f_{ij}) \triangleq \begin{bmatrix} f_{11} & \dots & f_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & \dots & f_{nn} \end{bmatrix}$$

بنابراین با توجه به (۵) و (۸) می توان نتیجه گرفت که

$$\dot{e} = (\delta(f_{ij}) + A - LC)e \quad (10)$$

از سوی دیگر در نظر بگیرید که قانون کنترل به صورت زیر انتخاب شود:

$$u = K\hat{x} - B^*F(\hat{x}) \quad (11)$$

که $K \in R^{m \times n}$ ماتریس بهره فیدبک حالت و B^* شبه ماتریس معکوس^۵ ماتریس B است به نحوی که $BB^* = I$ می باشد.

قضیه ۲: سیستم (۳) را در نظر بگیرید که برای تخمین بردار حالت آن از مشاهده گر (۴) استفاده شود. همچنین

قانون کنترل (۱۱) به کار گرفته شود. اگر ماتریس‌های $Q = Q^T > 0$ ، Z و Y یافت شوند که

$$\begin{bmatrix} AQ + QA^T + BZ + Z^T B^T & \delta(\bar{f}_{ij})Q - BZ \\ (\delta(\bar{f}_{ij})Q - BZ)^T & \delta(\bar{f}_{ij})Q + Q\delta^T(\bar{f}_{ij}) + AQ + QA^T - Y - Y^T \end{bmatrix} \leq 0 \quad (12)$$

⁵ Pseudo invers matrix

که در آن $\bar{f}_{ij} \in \{\underline{\gamma}_{f_{ij}}, \bar{\gamma}_{f_{ij}}\}$ آنگاه در گذر زمان، x و e به سمت صفر میل خواهند کرد و $K = ZQ^{-1}$ و $L = YQ^{-1}C^T(CC^T)^{-1}$ هستند.

اثبات:

تابع لیاپانوف زیر در نظر گرفته شده است:

$$V = \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} \quad (13)$$

که $P \in R^{n \times n}$ ماتریس مثبت معین و متقارن است.

$$V = x^T P x + e^T P e \quad (14)$$

و مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر است:

$$\dot{V} = 2x^T P \dot{x} + 2e^T P \dot{e} \quad (15)$$

حال با در نظر داشتن دینامیک‌های (۳) و (۱۰) و جایگذاری قانون کنترل (۱۱) در (۱۵) میتوان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2x^T P(Ax + F(x) + Bu) + 2e^T P(\delta(f_{ij}) + A - LC)e \\ &= 2x^T P(Ax + F(x) + BK\hat{x} - BB^*F(\hat{x})) + 2e^T P(\delta(f_{ij}) + A - LC)e \\ &= 2x^T P(Ax + BK(x - e) + F(x) - F(\hat{x}) + 2e^T P(\delta(f_{ij}) + A - LC)e \\ &= 2x^T P((A + BK)x - BKe + \delta(f_{ij})e) + 2e^T P(\delta(f_{ij}) + A - LC)e \end{aligned} \quad (16)$$

و در قالب ماتریسی میتوان نوشت

$$\dot{V} = \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P(A + BK) + (A + BK)^T P & P\delta(\theta) - PBK \\ (P\delta(\theta) - PBK)^T & P\delta(f_{ij}) + \delta^T(f_{ij})P + P(A - LC) + (A - LC)^T P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} \quad (17)$$

بنابراین برای پایداری کافی است نشان داد که

$$\begin{bmatrix} P(A + BK) + (A + BK)^T P & P\delta(f_{ij}) - PBK \\ (P\delta(f_{ij}) - PBK)^T & P\delta(f_{ij}) + \delta^T(f_{ij})P + P(A - LC) + (A - LC)^T P \end{bmatrix} \leq 0 \quad (18)$$

با توجه به نامساوی (۱۸)، مشاهده می‌شود که این نامساوی، یک نامساوی غیرخطی ماتریسی است زیرا که جملات آن شامل حاصل ضرب متغیرهای مجهول P و K و L هستند. برای رفع این مشکل و تبدیل آن به نامساوی خطی ماتریسی میتوان طبق انتقال کانگروانس^۶ طرفین نامساوی (۱۸) را از سمت راست و چپ در ماتریس غیر تکین^۷

$$\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & P^{-1} \end{bmatrix}$$

ضرب کرد به نحوی که علامت نامساوی تغییر نمی‌کند. بنابراین داریم

$$\begin{bmatrix} (A + BK)P^{-1} + P^{-1}(A + BK)^T & \delta(f_{ij})P^{-1} - BKP^{-1} \\ (\delta(f_{ij})P^{-1} - BKP^{-1})^T & \delta(f_{ij})P^{-1} + P^{-1}\delta^T(f_{ij}) + (A - LC)P^{-1} + P^{-1}(A - LC)^T \end{bmatrix} \leq 0 \quad (19)$$

حال در نظر بگیرید که $Q = P^{-1}$ بنابراین

$$\begin{bmatrix} (A + BK)Q + Q(A + BK)^T & \delta(f_{ij})Q - BKQ \\ (\delta(f_{ij})Q - BKQ)^T & \delta(f_{ij})Q + Q\delta^T(f_{ij}) + (A - LC)Q + Q(A - LC)^T \end{bmatrix} \leq 0 \quad (20)$$

همچنین فرض کنید که

$$X = KQ \quad . \quad Y = LCQ \quad (21)$$

با توجه به (۲۰) میتوان نوشت

$$\begin{bmatrix} AQ + QA^T + BX + X^T B^T & \delta(f_{ij})Q - BX \\ (\delta(f_{ij})Q - BX)^T & \delta(f_{ij})Q + Q\delta^T(f_{ij}) + AQ + QA^T - Y - Y^T \end{bmatrix} \leq 0 \quad (22)$$

حال مجموعه زیر را در نظر بگیرید که شامل ماتریس‌های متشکل از کران‌های بالا و پایین توابع f_{ij} در (۸) است.

$$v_{H_n} = \left\{ \delta(\bar{f}_{ij}) \in R^{n \times n} : \bar{f}_{ij} \in \{\underline{\gamma}_{f_{ij}}, \bar{\gamma}_{f_{ij}}\} \right\}$$

⁶ Congruence transformation

⁷ Nonsingular matrix

با توجه به \mathcal{V}_{H_n} ، میتوان به جای ماتریس نامعلوم $\delta(f_{ij})$ در (۲۲) از رئوس آن استفاده کرد به طوری که برای برقراری نامساوی خطی ماتریسی (۲۲) کافی است نامساوی‌های زیر برقرار باشند.

$$\begin{bmatrix} AQ + QA^T + BX + X^T B^T & \delta(\bar{f}_{ij})Q - BX \\ (\delta(\bar{f}_{ij})Q - BX)^T & \delta(\bar{f}_{ij})Q + Q\delta^T(\bar{f}_{ij}) + AQ - QA^T - Y - Y^T \end{bmatrix} \leq 0 \quad (23)$$

در حقیقت، چون که نامساوی (۸) برقرار است بنابراین $\delta(f_{ij}) \in \mathcal{V}_{H_n}$ است و از این رو، شرط کافی برای برآوردن نامساوی (۲۱)، برقراری نامساوی به ازای نقاط رأس‌ها در مجموعه محدب \mathcal{V}_{H_n} است که در (۲۳) ارائه شد. به عبارت دیگر، به جای یک نامساوی، n^2 نامساوی باید برقرار شوند. نهایتاً پس از حل نامساوی (۲۳) میتوان نتیجه گرفت که

$$K = XQ^{-1}, \quad L = YQ^{-1}C^T(CC^T)^{-1}$$

در اینجا اثبات به پایان می‌رسد.

۴- نتایج شبیه سازی

سیستم (۳) را در نظر بگیرید که برای آن داریم

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48.6 & -1.25 & 48.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 19.5 & 0 & 19.5 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 21.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

همچنین تابع غیر خطی نیز به صورت زیر است

$$f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3.33\sin(x_3) \end{bmatrix}$$

با توجه به (۹) می توان نوشت

$$f(x) - f(\hat{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3.33(\sin(x_3) - \sin(\hat{x}_3)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ f_{21} & f_{23} & f_{23} & f_{24} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - \hat{x}_1 \\ x_2 - \hat{x}_2 \\ x_3 - \hat{x}_3 \\ x_4 - \hat{x}_4 \end{bmatrix}$$

بنابراین می توان چنان تصمیم گرفت که توابع اسکالر f_{ij} همگی به جز f_{43} صفر هستند زیرا که با این تصمیم گیری داریم

$$f(x) - f(\hat{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3.33(\sin(x_3) - \sin(\hat{x}_3)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ f_{43}(x_3 - \hat{x}_3) \end{bmatrix}$$

از این رو، از (۲) نتیجه می گیریم که

$$-3.33 \leq f_{43} \leq 3.33$$

و بنابراین

$$\Lambda(\Phi) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{43} & 0 \end{bmatrix}$$

به نحوی که Φ

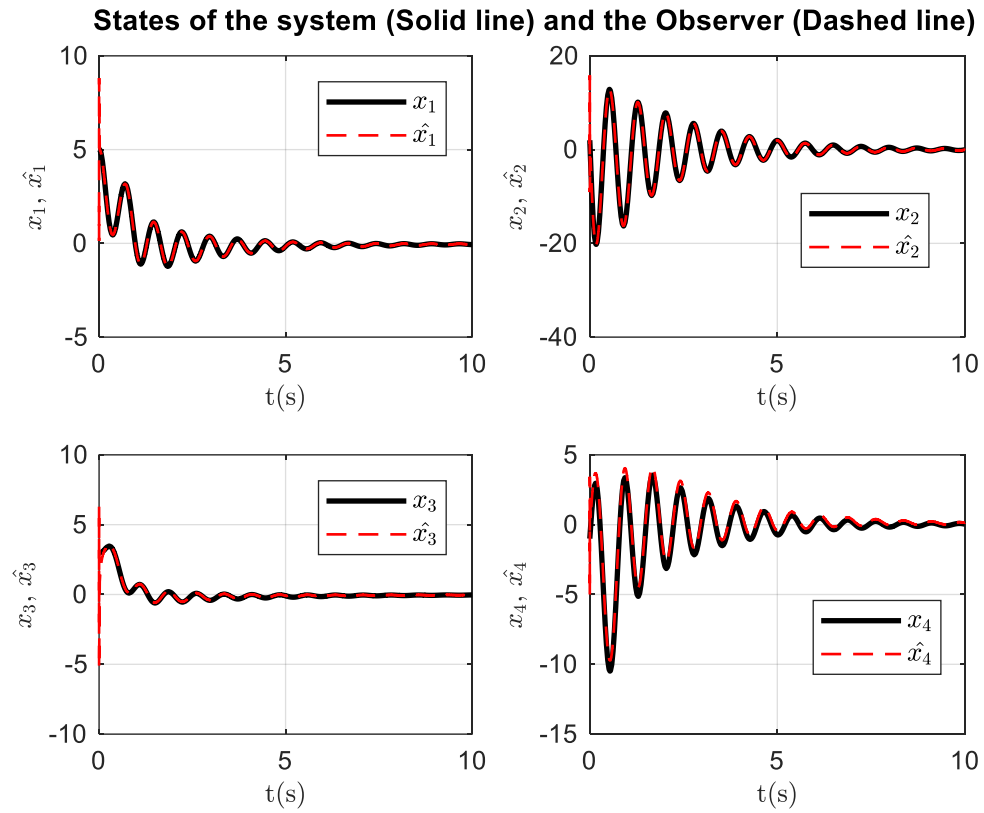
$$\nu = \{\Phi \in R^{n \times n} : \phi_{43} \in \{-3.33, 3.33\}\}$$

در نهایت پس از انجام شبیه سازی در فاصله زمانی $[0, 10]$ ثانیه و با شرایط اولیه

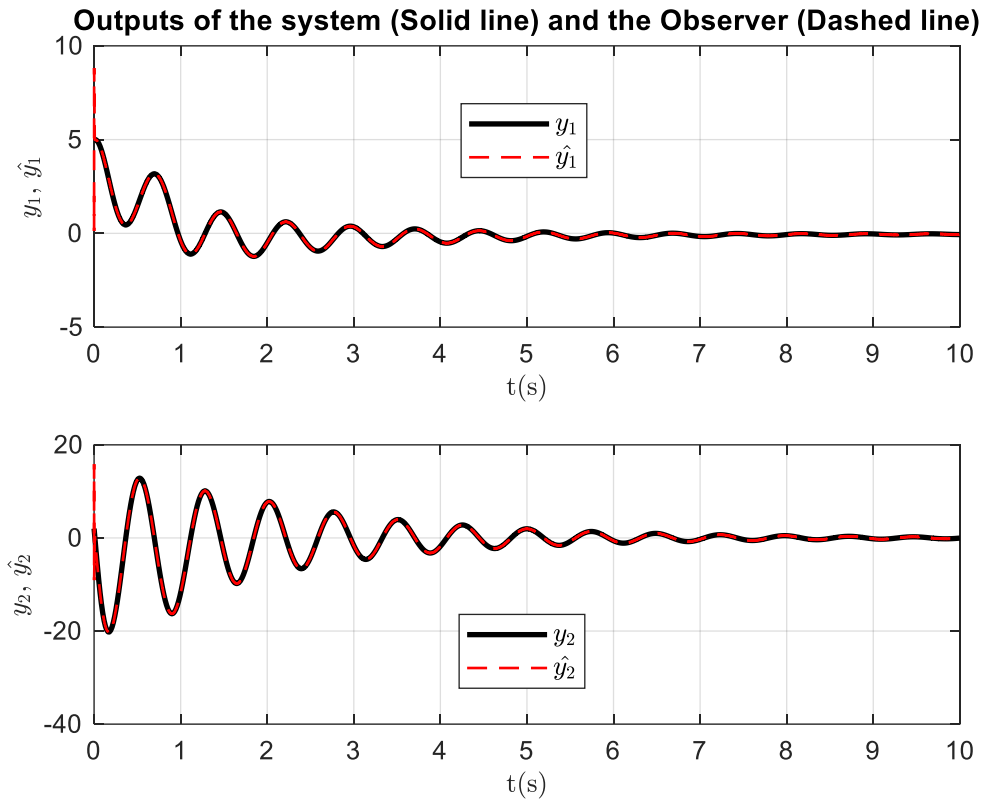
$$x(0) = [5 \quad 2 \quad 3 \quad -1]^T$$

$$\hat{x}(0) = [2 \quad -1 \quad -2 \quad 1]^T$$

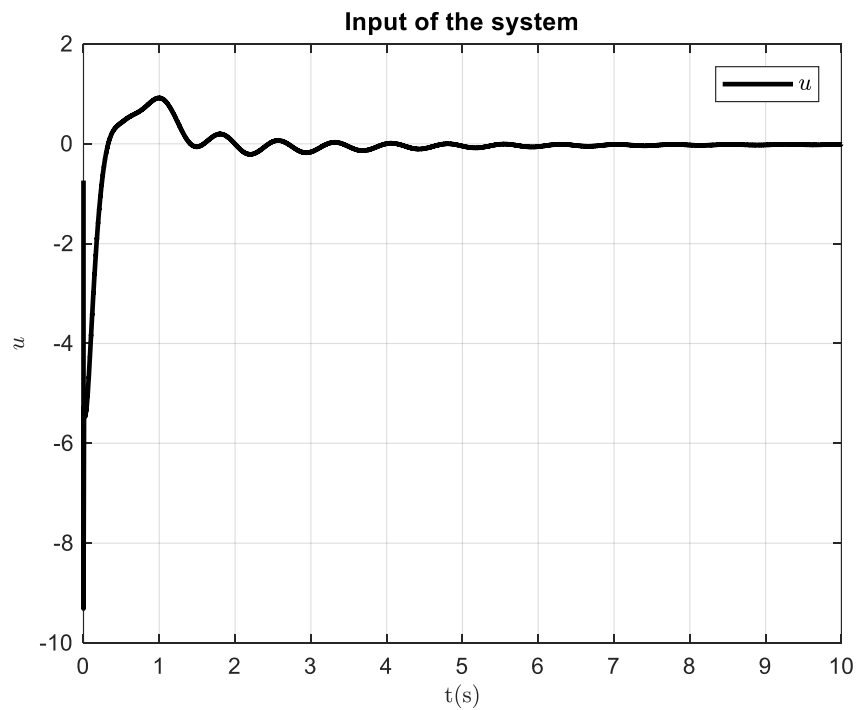
نتایج زیر به دست می آیند.



شکل ۱: حالت‌های سیستم اصلی (خطوط ممتد) و سیستم مشاهده‌گر (خطوط خط‌چین)



شکل ۲: خروجی‌های سیستم اصلی (خطوط ممتد) و سیستم مشاهده‌گر (خطوط خط‌چین)



شکل ۳: ورودی کنترل

با توجه به این که از ابتدا هدف اصلی، همگرا کردن حالات سیستم به سمت مبدا و همچنین کاهش خطای تخمین است، بنابراین نتایج به دست آمده نیز حاکی از موفقیت آمیز بودن روش پیشنهادی است. زیرا که همانطور که از شکل ۱ مشاهده می‌کنید، تمام حالت‌های سیستم که با خط ممتد نشان داده شده‌اند) به سمت صفر میل می‌کنند. همچنین در این شکل، حالت‌های سیستم مشاهده‌گر نیز با خطوط خط‌چین نشان داده شده‌اند که مسیر حالت‌های سیستم اصلی را دنبال می‌کنند. در شکل ۲، خروجی‌های سیستم y_1 و y_2 نشان داده شده است. همچنین در شکل ۳، ورودی سیستم u را مشاهده می‌کنیم که به سمت صفر میل می‌کند.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر مشاهده‌گر برای سیستم‌های لپ‌شیتز ارائه شده است. دلیل استفاده از رویکرد پیشنهادی LPV به جای لپ‌شیتز با استفاده از LMI، شرایط کمتر محافظه‌کارانه‌ای برای سیستم می‌باشد. رویکرد LPV بیان شده برای طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر مشاهده‌گر نسبت به دیگر روش‌های طراحی این گونه کنترل‌کننده‌ها برتری دارد، از آن جهت که سیستم‌های غیرخطی بیشتری را در بر می‌گیرد و برای سیستم‌های با ثابت لپ‌شیتز بزرگ کارایی دارد. کنترل‌کننده طراحی شده تضمین می‌کند که سیستم حلقه بسته پایدار مانده و خروجی سیستم ورودی مرجع را دنبال کرده و خطای سیستم، مقداری کوچک در نزدیکی صفر باقی خواهد ماند و نهایتاً خطای سیستم، پایدار یکنواخت خواهد شد. نتایج شبیه‌سازی بر روی یک سیستم غیرخطی با شرایط بیان شده قابلیت‌های روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

مراجع

- [1] A. Benzaouia and W. H. Abdelrahim, "Design of Observer-Based H_∞ Fault-Tolerant Control for Discrete-Time Linear Systems," in *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 25, no. 6, pp. 2300-2307, Nov. 2017.
- [2] M. Felizardo, and R. Palhares, "Observer-Based Output-Feedback Control for Linear Systems: A Convex Optimization Approach," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 16, no. 3, pp. 1213-1223, Jun. 2018.
- [3] Y. Wang, K. Wu, and Y. Jia, "Observer-Based Adaptive Fault-Tolerant Control for a Class of Nonlinear MIMO Systems With Unknown Control Directions," *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 49, no. 12, pp. 4303-4316, Dec. 2019.
- [4] F. Blanchini and S. Miani "Set-Theoretic Methods in Control," in *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 58, no. 12, pp. 3197-3203, Dec. 2013.
- [5] M. Krstic, and F. Mazenc, "Observer-Based Control for Nonlinear Systems," in *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, no. 7, pp. 929-942, Jul. 1992.
- [6] L. Praly and A. Isidori, "On the Equivalence Between Adaptive Observer-Based and Self-Tuning Controllers," in *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 35, no. 8, pp. 857-870, Aug. 1990.
- [7] J. K. Tar, "Construction of High-Gain Observers for Nonlinear Systems," in *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 58, no. 2, pp. 431-436, Feb. 2013.
- [8] S. S. Ge and C. C. Hang, "Adaptive Neural Network Control of Nonlinear Systems using Dynamic Inversion," in *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 13, no. 1, pp. 124-136, Jan. 2002.
- [9] A. J. Krener, "The High Gain Observer in Nonlinear Feedback Control," in *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 15, no. 1, pp. 42-47, Feb. 1970.
- [10] H. Khalil, *Nonlinear systems*, Prentice-Hall, 1996.
- [11] A. Zemouche, M. Boutayeb & G. I. Bara, "Observers for a class of Lipschitz systems with extension to H_∞ performance analysis," *Systems & Control Letters*, vol. 57, no. 1, pp. 18-27. 2008.
- [12] A. Zemouche, M. Boutayeb & G. I. Bara, "Observers for a class of Lipschitz systems with extension to H_∞ performance analysis," *Systems & Control Letters*, vol. 57, no. 1, pp. 18-27. 2008.
- [13] A. Alessandri, "Design of observers for Lipschitz nonlinear systems using LMI. In *NOLCOS*," *IFAC symposium on nonlinear control systems*. Stuttgart, Germany. 2004.
- [14] M. Arcak & P. Kokotovic, "Observer-based control of systems with slope-restricted nonlinearities," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, no. 7, pp. 1146-1150. 2001.
- [15] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron & V. Balakrishnan, "Linear matrix inequalities in system and control theory," *In SIAM studies in applied mathematics*. Philadelphia, USA. 1994.
- [16] J. P. Gauthier, H. Hammouri & S. Othman, "A simple observer for nonlinear systems. Applications to bioreactors," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, no. 6, pp. 875-880. 1992.
- [17] S. Ibrir, "Circle-criterion approach to discrete-time nonlinear observer design," *Automatica*, pp. 43. 2007.
- [18] S. Ibrir, "LPV approach to continuous and discrete nonlinear observer design," In *48th IEEE conference on decision and control and 28th Chinese control conference*. Shanghai, PR China, December. 2009.
- [19] S. Ibrir, W. F. Xie & C. Y. Su, "Observer-based control of discrete-time Lipschitzian non-linear systems: application to one-link flexible joint robot," *International Journal of Control*, vol. 78, no. 6, pp. 385-395. 2005.

[20] A. Zemouche & M. Boutayeb, "On LMI conditions to design observers for Lipschitz nonlinear systems," *Automatica*, vol. 49, no. 2, pp. 585-591, Feb. 2013.

Design of an observer-based controller using linear matrix inequalities for a class of nonlinear systems with less conservative LPV conditions

¹Maryam Kazerouni, ²-Samira Kankash

¹ Department of Electrical Engineering, Zarqan Branch, Islamic Azad University, Zarqan, Iran

² Department of Electrical Engineering, Pasargad Non-Profit University, Shiraz, Iran

Abstract- In this paper, observer-based controller design is proposed for a class of nonlinear systems. It is not possible to design a controller for some nonlinear systems, since the nonlinear term must be true under a condition called the Lipschitz condition. Lipschitz is a stronger form of continuity for functions, in which the function is bounded in terms of the rate of change. Usually, solving such problems leads to a series of linear matrix inequalities. One of the goals of this paper is to reduce conservatism in such systems. Here, reducing conservatism means that the larger the range of Lipschitz constants in the linear matrix inequality, the less conservatism there is and the more accurate the solution. In this paper, we overcome the limitations imposed by the Lipschitz condition by using the linear parameter variation (LPV) approach. With this technique, we introduce more appropriate Lipschitz conditions, which lead to providing less conservative conditions in this type of nonlinear systems.

Keywords: Linear Matrix Inequality Method, Lipschitz Systems, Controller Design, Observer Design, Conservatism-Linear Parameter Variable